

TEMA NR. 3

Problema 1. Aratati ca urmatoarea multime:

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : a_1x + b_1y + c_1z = 0, a_2x + b_2y + c_2z = 0\}$$

este subspatiu vectorial al lui \mathbb{R}^3 si aratati apoi ca complementul sau ortogonal V^\perp este un plan care trece prin originea reperului $Oxyz$. Aflati cate o baza vectoriala in subspatiile V si V^\perp .

Indicatie: se aleg coeficientii astfel incat planele din definitia lui V sa se intersecteze dupa o dreapta, de exemplu restrictia

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \neq 0$$

este suficienta.

10 puncte

Problema 2. Sa se afle simetricul punctului $A(x_A, y_A, z_A)$ fata de planul:

$$\pi : ax + by + cz + d = 0,$$

Indicatie: alege $A \notin \pi$.

5 puncte

Problema 3. Aflati distanta dintre doua drepte necoplanare din spatiu, generate de catre voi.

Indicatie: Cum testam necoplanaritatea dreptelor ?

5 puncte

Problema 4. Aflati distanta de la punctul $A(x_A, y_A, z_A)$ la dreapta:

$$d : \frac{x - a}{m} = \frac{y - b}{n} = \frac{z - c}{l}$$

Indicatie: alege $A \notin d$.

5 puncte

Problema 5. Aflati proiectia ortogonala A' a punctului $A(x_A, y_A, z_A)$ pe dreapta:

$$d : \frac{x - a}{m} = \frac{y - b}{n} = \frac{z - c}{l}$$

Apoi, alegeti un punct oarecare B , diferit de proiectia A' , pe dreapta d si aflati unghiul dintre dreptele AB si d .

Indicatie: alege $A \notin d$.

5 puncte