

Examen partial varianta C

Problema 1. i) Aflati transformarea liniara $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ care verifica conditiile:

$$f(1, 2, -1) = (1, 1, 1), \quad f(2, 0, 2) = (-1, -1, 3), \quad f(0, 0, 1) = (-2, 2, 2) \quad (1p)$$

ii) Aflati imaginea lui $M(2, 0, 3)$ prin aceasta transformare. (1p)

Problema 2.

i) Aratati ca urmatorii vectori formeaza o baza in \mathbb{R}^3 :

$$B = \{u_1 = (1, -2, 3), u_2 = (1, 1, 1), u_3 = (-1, -1, 4)\} \quad (1p)$$

ii) Aflati coordonatele vectorului $v = (-1, 1, 1)$ in aceasta baza (0, 5p)

iii) Aflati matricea de trecere de la baza B la baza canonica B_c din \mathbb{R}^3 . (0, 5p)

Problema 3. Rezolvati sistemul

$$\begin{cases} a + 2b - c = 1 \\ -2a - 4b + 2c = -2 \\ -3a - 6b + 3c = -3 \end{cases}$$

1 punct

Problema 4. Aflati vectorii si valorile proprii corespunzatoare matricei:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$$

2 puncte

Problema 5. Consideram vectorii $\bar{a} = (-2, 1, 3)$, $\bar{b} = (1, 1, -1)$ si $\bar{c} = (1, -2, -2)$.

i) Aratati ca vectorii $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ pot forma un triunghi (0, 5p)

ii) Demonstrati ca are loc identitatea:

$$\bar{b} \times (2\bar{c}) = 2(\bar{b} \times \bar{c}) \quad (0, 5p)$$

iii) Aflati proiectia lui \bar{a} pe \bar{c} (0, 5p)

iv) Aflati unghiul dintre vectorii \bar{b} si \bar{c} (0, 5p)