

Problema 1. Rezolvati sistemul:

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ -2x + 3y + z = -1 \\ -x + 9y - z = 1 \end{cases}$$

1 punct

Problema 2. i) Aratati ca urmasorii vectori formeaza o baza in  $\mathbb{R}^3$ :

$$B = \{v_1 = (1, -1, 2), v_2 = (1, 2, 3), v_3 = (-1, -1, -1)\} \quad (1p)$$

ii) Aflati coordonatele vectorului  $w = (-1, 1, 2)$  in aceasta baza  $(0, 5p)$

iii) Aflati matricea de trecere de la baza  $B$  la baza canonica  $B_c$  din  $\mathbb{R}^3$ .  $(0, 5p)$

Problema 3. Determinati vectorii si valorile proprii corespunzatoare matricii:

$$N = \begin{pmatrix} -4 & -6 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

2 puncte

Problema 4. i) Aflati transformarea liniara  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  care verifica conditiile:

$$T(1, 1, -1) = (0, 1, 1), \quad T(1, 0, 1) = (-1, 2, 3), \quad T(1, 0, 0) = (-2, 2, 2) \quad (1p)$$

ii) Aflati imaginea lui  $A(2, 0, 1)$  prin aceasta transformare.  $(1p)$

Problema 5. Consideram vectorii  $\bar{u} = (2, 1, 1)$ ,  $\bar{v} = (-3, 1, 1)$  si  $\bar{w} = (-1, 0, 2)$ .

i) Aratati ca vectorii  $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$  sunt necoplanari  $(0, 5p)$

ii) Demonstrati ca are loc identitatea:

$$\bar{u} \cdot (\bar{v} \times \bar{w}) = -\bar{v} \cdot (\bar{u} \times \bar{w}) \quad (0, 5p)$$

iii) Aratati ca  $\bar{u}$  este perpendicular pe  $\bar{w}$   $(0, 5p)$

iv) Aflati unghiul dintre vectorii  $\bar{v}$  si  $\bar{w}$   $(0, 5p)$